



Корнило І. М.



Гнип О. П.

**Корнило І.М.**, к.е.н., доц.,  
доцент кафедри організації будівництва та охорони праці,  
✉ irina\_kornylo@ukr.net ☎ +38 (048) 686 54 09;  
**Гнип О.П.**, к.т.н., доц.,  
доцент кафедри процесів і апаратів  
в технології будівельних матеріалів,  
✉ gnypolgaor@gmail.com ☎ +38 (048) 723 60 50;  
Одеська державна академія будівництва та архітектури,  
65029 м. Одеса, вул. Дидрихсона, 4.

**I. Kornilo.**, PhD, Economics, Associate Professor  
at the Department of organization of construction and safety,  
✉ irina\_kornylo@ukr.net ☎ +38 (048) 686 54 09;  
**O. Gnyp**, Ph.D, Engineering Sciences,  
Associate Professor at the Department of processes and apparatus  
in the technology of building materials,  
✉ gnypolgaor@gmail.com ☎ +38 (048) 723 60 50;  
Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture,  
4, Didrihsona st., Odessa, 65029, Ukraine.

## СИСТЕМНИЙ МЕТОД ВИКОРИСТАННЯ ВЕКТОРІВ І МАТРИЦЬ ПРИ БУДІВНИЦТВІ ОБ'ЄКТІВ

### SYSTEM METHOD FOR USING VECTORS AND MATRIXES IN CONSTRUCTION OF OBJECTS

### СИСТЕМНЫЙ МЕТОД ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЕКТОРОВ И МАТРИЦ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ ОБЪЕКТОВ

**Анотація.** У статті розглядається метод використання векторів і матриць при будівництві об'єктів при виробленні управлінських рішень. Основним джерелом інформації прийнята матриця цінностей.

**Ключові слова:** системний підхід; управлінські рішення; системи з дискретними станами; похідна ймовірності стану; дисперсійний аналіз.

**Annotation.** The article discusses the method of using vectors and matrices in the construction of facilities in the development of management decisions. The main source of information is the matrix of values.

**Keywords:** systems approach; management decisions; systems with discrete states; derivative of the state probability; analysis of variance.

**Аннотация.** В статье рассматривается метод использования векторов и матриц при строительстве объектов при выработке управленческих решений. Основным источником информации принята матрица ценностей.

**Ключевые слова:** системный подход; управленческие решения; системы с дискретными состояниями; производная вероятности состояния; дисперсный анализ.

#### Постановка проблеми

Для досягнення максимального ефекту в будівництві необхідно використовувати математичні методи при аналізі ситуацій, що виникають при управлінні об'єктом. У процесі прийняття рішень основні зусилля спрямовані на пошуки того рішення, наслідки від прийняття якого будуть найбільш сприятливими (оптимальними).

#### Аналіз досліджень і публікацій

Розглянемо стандартну ситуацію, в якій треба розподілити робіт між робочими. Введемо два індексу:

$i$  – номер робочого,

$j$  – номер роботи.

Якщо  $i$  – й робочий на  $j$  – й роботі створює продукт цінності  $a_{ij}$ , то варіанти розподілу робіт можна представити перестановкою

$$p = \begin{pmatrix} 1, & 2, & \dots, & m \\ y_1, & y_2, & \dots, & y_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

Тому максимальний ефект дорівнює сумі

$$S = \max \sum_{i=1}^n a_i y_i \quad (1)$$

Навіть для 5 робочих на п'яти роботах число варіантів дорівнює 120. Очевидно, що із завданням вибору оптимального варіанту може впоратися тільки комп'ютер. Аналогічні завдання виникають на будівництвах в багатьох ситуаціях, де корисна інформація про об'єкт або явище, укладена в кожній окремій

ознаці, недостатня для судження про оптимальний варіант. Висновки якщо і можливі, то лише за сукупністю кількох або багатьох характеристик об'єкта. Календарний план будівництва містить сотні найменувань робіт і графіки руху робітників, матеріалів і роботи основних машин і механізмів. Тому загальний стан будівельного об'єкта можна уявити чотирма видами векторів, у яких координати приймають значення 1 або 0.

$\bar{X}(t)$  – вектор робіт, у якого число координат дорівнює кількості найменувань робіт.

Координата  $X_k(t)$  приймає значення 1, якщо в момент  $t$  виконується  $k$ -й вид робіт. В іншому випадку ця координата має значення 0.

$\bar{Y}(t)$  – вектор спеціальностей, у якого розмірність дорівнює кількості працівників.

Координата  $Y_k(t)$  приймає значення 1 або 0 в залежності від того, працює або не працює  $k$ -й працівник в момент  $t$ .

$\bar{Z}(t)$  – вектор механізмів і машин, який будується аналогічно вектору  $\bar{Y}(t)$ .

$\bar{M}(t)$  – вектор матеріалів. Координата  $M_k(t)$  дорівнює 1, якщо  $k$ -й матеріал застосовується на будівництві в даний момент.

Ці чотири вектори утворюють 6 матриць інцидентій:

$$A_{xy}, A_{xz}, A_{xm}, A_{yz}, A_{ym}, A_{zm}.$$

Всі матриці інцидентій зберігаються в банку даних. Кожному моменту  $t$  відповідають шість матриць інцидентій. З різ-

них причин ці матриці можуть змінюватися. Відсутність працівника або необхідного матеріалу, несправність механізму змінюють елементи матриць інцидентності так, що деякі одиниці замінюються нулями. Це призводить до автоматичної зміни вектору стану, у якого також деякі координати змінюють значення 1 на значення 0.

Розподіл одиниць і нулів між координатами вектору станів утворює безліч можливих станів деякої системи. У теорії випадкових процесів такі системи називаються системами з дискретними станами, в яких перехід з одного стану в інший здійснюється стрибком. Для опису випадкового процесу, що протікає в системі з дискретними станами, використовуємо поняття ймовірностей станів

$$P_1(t), P_2(t), \dots, P_k(t),$$

де  $P_k(t)$  – ймовірність того, що в момент  $t$  система знаходиться в стані  $H_k$ ;

$$K = 1, 2, \dots, R$$

$R$  – кількість станів системи.

Обчислимо значення  $R$ , якщо розмірність вектору станів дорівнює  $n$ . Щоб обчислити  $R$ , треба знати, скільки способів є для заповнення рядка одиницями або, що рівнозначно, нулями. Таке завдання в поняттях комбінаторики зводиться до обчислення суми кількості поєднань з  $n$  елементів по  $K$  елементам, тобто

$$S = \max \sum_{K=1}^n C_n^K = 2^n \quad (1)$$

Прогноз майбутнього стану будь-якого будівельного об'єкта залежить тільки від його стану в момент прогнозування. Це означає, що в будівельних процесах має місце принцип, згідно з яким майбутнє залежить від минулого тільки через сьогоднішнє. Звідси випливає можливість вважати процес, що протікає в системі з дискретними станами і безперервним часом, марковським. Відомо, що якщо процес марковський, то всі потоки подій, що переводять систему зі стану в стан є пуассонівськими.

Для будь-якої підсистеми будівельного об'єкта послідовність подій, що переводять її з одного стану в інший, відбувається у випадкові моменти часу. Для характеристики інтенсивності зміни станів зручно використовувати поняття щільності потоків подій, що переводять систему зі стану  $X_i$  в стан  $X_j$ . Позначимо:  $X_{ij}$  – щільність потоку, який переводить  $i$ -е стан в  $j$ -е стан. Параметр  $X_{ij}$  показує середнє число переходів і дозволяє скласти систему сімейних диференціальних рівнянь для ймовірностей станів  $P_k(t)$ .

Для складання цих диференціальних рівнянь треба знати матрицю інцидентності, яка дозволяє побудувати розмічений граф станів, на якому проти кожної стрілки, що веде зі стану в стан, показана щільність потоку подій, що переводить систему зі стану в стан за даною стрілкою.

Сформулюємо правила при складанні диференціальних рівнянь для ймовірностей станів будь-якої підсистеми будівельного об'єкта.

1. У лівій частині кожного рівняння стоїть похідна ймовірності стану.

2. У правій частині міститься стільки доданків, скільки стрілок орієнтованого графа пов'язано безпосередньо з даними станом.

3. Якщо стрілка веде в даний стан, доданок має знак плюс, а якщо з даного стану, доданок має знак мінус.

4. Кожен доданок дорівнює добутку щільності потоку подій, що переводить систему по ребру графа, на ймовірність того стану, з якого виходить стрілка.

Рішення таких систем рівнянь прогнозує ймовірність активної участі різних елементів в будівельному

процесі. Результат рішення може відповідати випадку, коли який-небудь важливий елемент системи має низьку ймовірність активної участі на будівельному об'єкті.

В цьому випадку необхідне керуюче рішення про рух працівників, машин, механізмів і матеріалів, при якому максимізується сума (2), елементи якої визначаються методами шкалювання, які зводяться до проблеми власних значень.

Для цього розглядається номінальна ознака, яка може приймати  $k$  різних значень (категорії стану, рівні) і використовується для поділу на  $u$  груп. Якщо кожна група представлена випадковою вибіркою, то результати вимірювань цієї ознаки можна описати матрицею частот  $N$ . У цій матриці  $u$  рядки відповідають групам, а  $k$  стовпців – категоріям. Елемент  $n_{uk}$  матриці  $N$  показує, скільки разів серед спостережень групи  $u$  зустрілася категорія  $k$  ( $1 \leq u \leq u; 1 \leq k \leq k$ ).

Позначимо:

$n_{y0}$  – сума по рядках матриці  $N$ ,

$n_{0k}$  – суми по стовпцях,

$n$  – загальна сума всіх частот.

Ці суми дають вихідні дані для завдання дисперсійного аналізу.

Завдання полягає в тому, щоб розсіювання всередині груп було малим, а між групами різниця була великою. Вирішення цього завдання отримано в [1], де використаний багатовимірний аналіз. Спочатку вводиться багатовимірний нормальний розподіл, а потім замість – квадрат розподілу використовується розподіл Уїшарта.

Слід зауважити, що в роботі [1] вимірювані змінні називаються ознаками, а якісні показники – факторами. У такій термінології вирішуються завдання багатовимірний дисперсійний аналіз. На відміну від одновимірної ситуації в багатовимірному аналізі розподілу критеріїв значущості недостатньо оснащені таблицями. Тому особливо важливу роль відіграють комп'ютерні апроксимації емпіричних розподілів випадкових відхилень координат вектору станів будівельного об'єкта.

### Висновки

У практичній діяльності на будівництві частіше доводиться стикатися з положенням, коли число вибіркового одинок можна порівняти з числом їх характеристик. Найбільш важливий практичний висновок з математичного вивчення цієї ситуації полягає в тому, що зменшення числа вимірюваних ознак покращує якість статистичних висновків. Звідси випливає доцільність зменшення розмірності вектору стану будівельного об'єкта, але це слід робити вже на стадії складання календарного плану будівництва об'єкта.

Дисперсійний аналіз можна виключити з математичного забезпечення автоматизованої системи управління, якщо відомі всі значення елементів матриці цінностей. У цьому випадку алгоритм управлінського рішення містить наступні дії:

- складання матриць інцидентності;
- складання вектору стану;
- набір варіантів за формулою (1);
- обчислення максимальної суми за формулою (2);
- ухвалення керуючого рішення за індексами максимальної суми (2).

### Література:

1. Арепс Х. Многомерный дисперсионный анализ. / Х. Арепс, Ю. Лейтер – М.: Финансы и статистика, 1985. – 230 с.